

Brevträningssuppgifter för högstadiet 2018-19

översatt av Edward Krogus

9 juli 2019

Första serien med mattetävlingsträningssuppgifter (originaltexten som pdf på finska.)

Denna serie har skickats till alla som klarat sig bra i lokala tävlingsuppgifterna för sjundeklassister. Även andra grundskolelever får delta i träningen genom att lösa uppgifter. Målet är att lösa så många uppgiftsserier som möjligt genom att skicka dem till:

Jaakko Seppälä
Kanavaharjuntatu 3 A 15
70840 Kuopio

eller med epost till jaakko.j.seppala@gmail.com

Vi ber dig ge oss din epost för vidare kontakt och fler uppgifter.

Uppgifterna är avsedda att vara utmanande och de innehåller begrepp som inte nödvändigtvis tagits upp och undervisats i skolan. Det är meningen att bekanta sig med och lära nytt genom att lösa uppgifterna. Oroa dig inte heller fast du inte lyckas lösa alltför många. Du kan även skicka in några halvfärdiga försök. Uppgifterna är inte i svårighetsordning. Vi önskar lösningar med motiveringar och idéer.

Vår hemsida hittar du här.
<https://matematiikkakilpailut.fi>

Frågor kan skickas till eposten ovan. Om ni skickar oss lösningar eller uppgifter gäller dataskyddsbeskrivningen (som endast finns på finska tillsvidare):
<https://matematiikkakilpailut.fi/tietosuoja>

Uppgifterna

1. Om $x + 2y = 84 = y + 2x$, vad är då $x + y$?
2. Om $a = 2^{2011} + 2^{-2011}$ och $b = 2^{2011} - 2^{-2011}$ vad är då $a^2 - b^2$?
3. Visa att $4^{2n} - 1$ är delbart med 3 och 5 för alla positiva heltal n
4. Visa att det för alla reella tal x och y gäller att:

$$x^2 + y^2 \geq 2xy$$

5. Hur många positiva heltal mindre än 999 har siffran 1 i sin talrepresentation i tiotalssystemet ?
6. Vilket värde har x om

$$4^{20} + 4^{20} = 2^x ?$$

7. a) Beräkna

$$1 + 2 + 3 + \dots + 100.$$

- b) Beräkna

$$1 + 3 + 5 + 7 \dots + 199.$$

8. Hyfsa

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{99}\right)\left(1 - \frac{1}{100}\right)$$

9. Sök talen a, b och c då vi vet att

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5} \text{ och } abc = 1620$$

10. Låt r vara ett reellt tal. Vilka tal är säkert större än r ?

$$r + 1, 2r, r^{100} \text{ och } r^2 + 1$$

11. Från ett vanligt 8x8 schackbräde har två hörn som är mittemot varandra tagits bort. Visa att schackbrädet inte kan täckas helt med 2x1 dominobrickor.
12. Åtta studerande sitter vid ett runt bord. Varje studerandes ålder är medelvärdet av åldern hos dem som sitter bredvid. Visa att alla studeranden har samma ålder.